

Aux origines de la géométrie descriptive : entre histoire des sciences et histoire de l'architecture

Joël Sakarovitch

Architecte, mathématicien et enseignant-chercheur à l'EAPV

Comprendre les origines de la géométrie descriptive, c'est d'abord comprendre son articulation avec les techniques graphiques qu'elle théorise¹. Le fait que, parmi ces différentes techniques, la coupe des pierres joue un rôle fondamental, a été souligné depuis longtemps. Si Auguste Comte voit dans la géométrie descriptive une « théorie générale des arts de la construction »², La Gournerie³ présente la discipline qu'il est chargé d'enseigner au Conservatoire national des Arts et Métiers par un discours intitulé *L'art du trait et la géométrie descriptive*⁴ où il marque cette origine. Plus près de nous, Gino Loria ou René Taton ont de même insisté sur la proximité entre les tracés des appareilleurs et la théorie géométrique qui nous intéresse ici⁵.

Le poids de « l'histoire linéaire »

Mais dans ces différents textes, le rapport entre géométrie descriptive et stéréotomie est toujours vu à travers les traités de coupe des pierres, les épures qui y sont présentées et les méthodes graphiques utilisées à cette occasion. Pour important que soit ce point, il n'épuise pas le sujet. Articuler la théorie que Monge enseigne à l'École polytechnique sur les traités de stéréotomie découle d'une conception linéaire des progrès techniques opérés par la corporation des tailleurs de pierres. On ne retient alors que dernier maillon de la chaîne et l'on « découvre des précurseurs, en oubliant des origines destinées à devenir des scories »⁶.

Dans la mise en place des opérations mentales qui permettent de représenter un objet avant sa construction, selon le principe de base retenu par la géométrie descriptive, les différentes méthodes de taille de pierre, y compris les plus « archaïques », (c'est-à-dire celles qui ne nécessitent aucun tracé liminaire), ainsi que la recherche de leur perfectionnement, semblent avoir joué un rôle primordial. J'ai tenté de montrer que⁷, plus que par l'architecte, c'est par le tailleur de pierre que la représentation en géométral elle-même fut littéralement « construite », lentement, grâce à des aller et retour entre différentes techniques de taille, longtemps utilisées concurremment, et qui ont peu à peu constitué ce « sol d'expérience pré-géométrique » dont parle Hubert Damisch à propos de l'origine de la perspective⁸.

De plus le rôle spécifique de la taille dite par « équarrissement » (cf. ci-dessous) dans la constitution d'une pensée géométrique propre à engendrer la géométrie descriptive me semble avoir été totalement occulté dans les études antérieures par une attention trop exclusive portée aux traités de stéréotomie, et donc à la phase la plus élaborée des techniques graphiques usitées par la corporation des tailleurs de pierre. La taille par équarrissement, qui n'a pas son équivalent en charpenterie, présente l'avantage sur la méthode dite « par panneaux » de fournir un procédé algorithmique de découverte des formes qui explique que cette méthode, plus longue et plus coûteuse, n'ait jamais été totalement abandonnée dans la pratique. Autant que les techniques graphiques mises en œuvre dans la taille par panneaux, la géométrie

descriptive théorise cette procédure algorithmique, et la définition des surfaces qui lui est associée.

La méthode « Rashomon »

Il restait enfin à tenter de comprendre comment se trouve résolue, dans les traités de coupe des pierres, ce passage, qui conserve toujours une part de mystère, du dessin en deux dimensions comme explicatif de la construction d'un objet tridimensionnel. Mystère qui lie le projet d'architecte à sa réalisation, l'épure de l'appareilleur à la pièce clavée et dont la solution est l'objet premier de la géométrie descriptive. Contrairement aux études précédentes consacrées à l'histoire de la géométrie descriptive, qui présentent en termes généraux les traités de stéréotomie sans jamais entrer dans le détail des constructions graphiques, j'ai choisi une voie très particulière, restrictive au premier abord. J'ai focalisé mon étude sur la voûte clavée étudiée par Girard Desargues⁹, la descente biaise dans un mur en talus¹⁰, et étudié très finement comment les principaux auteurs français d'ouvrages de coupe des pierres la traitent¹¹.

Mon idée était, comme dans *Rashomon* de Kurosawa, de mener mon enquête en écoutant divers auteurs « raconter » la même histoire, chacun à sa manière, avec sa logique propre, son point de vue et ses présupposés. Cette démarche me semble présenter plusieurs avantages. Il faut noter tout d'abord que le sujet arguésien est particulièrement riche. Bien sûr, Desargues ne justifie pas son choix ; il peut pourtant paraître surprenant de la part d'un auteur resté célèbre dans le domaine de l'architecture clavée pour une trompe et un escalier¹². Il faut pourtant reconnaître que le géomètre touche juste, même si la richesse du sujet n'apparaît pas directement dans la solution qu'il propose. L'intérêt des descentes biaises vient de ce qu'elles posent d'emblée le problème de changement de repère de l'espace, du passage d'un repère dans lequel sont exprimées les données du problème à un repère à partir duquel se tracent facilement les panneaux. Or la notion de changement de repère est une notion complexe qui, dans le cadre d'un cours de géométrie descriptive, ne sera explicitement dégagée que par Théodore Olivier dans ses leçons données à l'École centrale des arts et manufactures dans les années 1830.

C'est vraisemblablement parce que cette notion de changement de repère est sous-jacente au principe de la construction géométrique proposée que Desargues, même s'il n'en souffle mot, qualifie sa méthode « d'universelle » et se contente de traiter une unique pièce clavée. Bien sûr le non dit est ici trop important et ce n'est qu'*a posteriori* qu'apparaît « l'universalité » de la méthode arguésienne. C'est également la raison pour laquelle les solutions proposées dans les différents traités de stéréotomie sont si variées, et si révélatrices des difficultés auxquelles se heurtent les tracés pré-géométriques.

En choisissant de comparer les solutions proposées par différents auteurs pour le tracé des descentes biaises, il ne s'agissait pas (pas uniquement en tout cas) d'un plaisir pervers de ma part de voir de brillants

LABORATOIRE G.S.A.

esprits s'emmêlent les pieds dans le tapis de notions implicites et de regarder, avec une pointe de condescendance, leurs contorsions pour se sortir d'un mauvais pas. Mon objectif était de me placer à un poste d'observation stratégique pour déterminer le statut des savoirs implicites à une technique, pour disséquer l'articulation d'une branche de la géométrie savante sur ces savoirs implicites, pour mesurer les emprunts et les ruptures opérés par Monge. Il s'agissait de mettre en évidence, à travers une situation bien spécifique, les essais et les erreurs, la distance et les proximités entre géométries pratiques et géométrie savante qui apparaissent alternativement, tantôt dérisoires et tantôt colossales.

Si d'autres pièces clavées, comme des coupoles elliptiques, des trompes ou un escalier en « vis de Saint Gilles »¹³ sont plus difficiles à tailler, voire à tracer, aucune ne me semble superposer comme les descentes biaisées, des difficultés à la fois de fondement et de tracé, d'approche et de traitement qui confèrent à la voûte arguésienne sa position stratégique.

Cette méthode était indispensable pour décrire les mille ruses inventées par les auteurs pour se tirer d'une passe délicate. Les auteurs post-mongiens de traités de stéréotomie - et à leur suite les historiens de la géométrie descriptive - ont souvent écrit que les ouvrages anciens étaient rédigés « sans méthode » et comportaient « beaucoup d'erreurs ». Ils présentent pourtant une grande rigueur, une logique interne irréprochable, mais sont construits sur une classification dont les critères nous apparaissent, après que la théorie géométrique ait été formalisée, comme secondaires. De même, toutes les erreurs ne sont pas de même nature. À côté d'une multitude de coquilles, qui sont incontestablement la preuve de difficultés plus profondes, existent des erreurs de construction, comme celles que j'ai repérées dans l'ouvrage de Philibert de l'Orme, qui permettent d'analyser cette géométrie pratique à l'œuvre dans les traités de stéréotomie, géométrie qui apporte (éventuellement) des solutions sans résoudre fondamentalement les problèmes.

Mon objectif était également de pouvoir rendre compte de la difficulté de lecture des traités anciens, conséquence de l'absence totale, même chez Desargues, de tout énoncé, de toute description des opérations géométriques menées. Les tracés graphiques exposés supposent des raisonnements de géométrie qui peuvent être d'une grande finesse. Mais comme les tracés relèvent de la géométrie plane et les raisonnements de la géométrie dans l'espace, ces derniers sont tenus mais indicibles, incommunicables tant qu'un langage approprié n'a pas été formulé. Les difficultés sur lesquelles les auteurs d'ouvrages de stéréotomie viennent buter ne résultent pas tant du fait que les problèmes rencontrés sont ceux de la géométrie dans l'espace, (et il est toujours plus délicat de manipuler trois dimensions que deux), que de cette obligation de « traduction » à laquelle ils sont confrontés entre géométrie plane et géométrie dans l'espace.

Comprendre ce que théorisation veut dire, mais également ce que généralisation signifie. Car le point de vue arguésien est en un sens le prototype de la généralisation par complexification à outrance qui *in fine* reste trop pratique pour que l'auteur puisse se dégager des problèmes d'appareilleurs, trop générale pour qu'il y réponde. Il est de ce point de vue frappant de constater que les traités de coupe des pierres postérieurs au cours de Monge n'étudient plus la voûte de Desargues dans toute sa « généralité », c'est-à-dire dans toute sa complexité, que Philippe de La Hire, le plus arguésien des géomètres de son époque et le plus géomètre des érudits de stéréotomie, n'y ait pas non plus prêté attention¹⁴. La solution arguésienne est donc, pour l'historien des sciences, extrêmement instructive, tant pour faire ressortir la difficulté, toujours sous-estimée *a posteriori*, de trouver les bons critères de généralisation - c'est-à-dire pour une science de se dégager des techniques dont elle est issue - que pour faire apparaître les obstacles à surmonter au moment de l'émergence d'une théorie, obstacles qui semblent s'évanouir comme par enchantement à travers la présentation trop limpide des leçons de Monge.

Montrer que parmi toutes les techniques peu ou prou théorisées par la géométrie descriptive, c'est bien de la plus lourde qu'elle naît, de la stéréotomie, et la voilà « plombée » inexorablement. « Que Descartes intervienne, puis Monge et tant d'autres, ils travaillent encore et encore du côté de l'application en même temps que de la représentation, en perpétuant l'habileté des ingénieurs, font survivre donc l'archaïsme des pré-mathématiques et bloquent la naissance de ladite science dans toute sa pureté. Or celle-ci émerge lorsque meurt cette habileté : il n'y a guère »¹⁵. Et Michel Serres fait de Monge le dernier « harpédonapte ». Pourtant quel historien des sciences décrivant les origines de la géométrie moderne refuserait, à la suite de Chasles, de voir en Monge le professeur de Poncelet, et dans les *Leçons de géométrie descriptive*, le point de départ du renouveau des études géométriques au XIX^e siècle et du profond bouleversement des mathématiques qui s'en suivit. Ainsi, quoiqu'en dise Michel Serres, la géométrie « dans toute sa pureté » - c'est-à-dire dégagée d'une métrique euclidienne - prend son essor dans un cours de dessin graphique pour ingénieurs.

Notes :

¹ Cet article présente la méthode suivie et résume les résultats publiés dans le second chapitre de *Épures d'architecture, de la coupe des pierres à la géométrie descriptive, XVIe-XIXe siècles*, Birkhäuser, Bâle, 1998.

² Comte, A., *Cours de philosophie positive*, Paris, 1830, 2^e leçon.

³ Jules Maillard de la Gournerie (1814-1883), fut professeur de géométrie descriptive à l'École polytechnique de 1848 à 1865 et au CNAM de 1854 à sa mort.

⁴ Discours prononcé au CNAM et publié en 1855.

⁵ Loria, G., *Storia della geometria descrittiva delle origini, sino ai giorni nostri*, Milan, 1921 ; Taton, R., *L'œuvre scientifique de Monge*, Paris, P.U.F., 1951 et Taton, R. « L'histoire de la géométrie descriptive », *Les Conférences du Palais de la Découverte*, Série D, n° 32, Paris, 1954.

⁶ Michel Serres, *Les origines de la géométrie*, Paris, Flammarion, 1993, p. 22.

⁷ cf. « La construction du géométral, ou comment dessiner l'espace », in *Imaginaire technique, Les Cahiers de la recherche architecturale*, n° 40, 1997, p. 9-18.

⁸ H. Damisch, *L'origine de la perspective*, Paris, Flammarion, 1987, p. 86.

⁹ Architecte et mathématicien, Desargues publie en 1640 le *Brouillon project d'exemple d'une manière universelle du S.G.D.L. touchant la pratique du trait à preuves pour la coupe des pierres en l'Architecture* un petit opuscule, comprenant quatre pages de texte et quatre planches de figures, où Desargues n'étudie qu'un seul type de voûte, les descentes biaisées, en se plaçant d'emblée dans la situation la plus générale possible.

¹⁰ Dans la situation la plus simple, et la plus courante, d'une voûte venant déboucher dans un mur, le mur est vertical et l'axe de la voûte perpendiculaire au mur et la voûte en plein cintre. La situation qui nous intéresse ici est, au contraire, la plus générale possible : le mur n'est pas nécessairement vertical, l'axe de voûte n'est pas horizontal, ni perpendiculaire aux horizontales du mur, et la section droite est elle aussi quelconque.

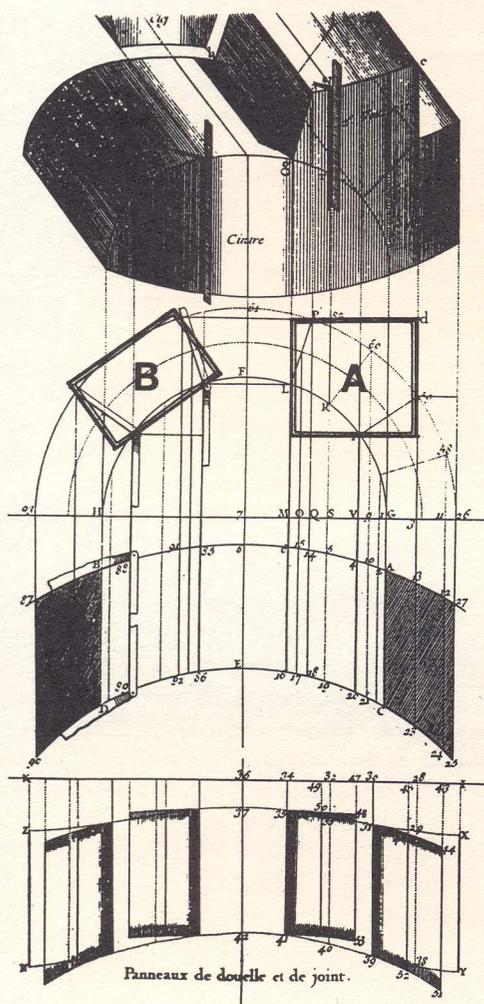
¹¹ Outre celui de Desargues, j'ai étudié les traités de Philibert de l'Orme, Jousse, Derand et Frézier.

¹² L'œuvre architectural de Desargues, d'importance limitée, a aujourd'hui presque entièrement disparu. Les deux pièces les plus célèbres en sont l'escalier des Archives de l'Hôtel de Ville de Lyon, sur plan ovale, et une trompe, détruite au XIX^e siècle, qui soutenait en porte-à-faux un coin d'une maison lyonnaise, « la maison Saint Oyen ».

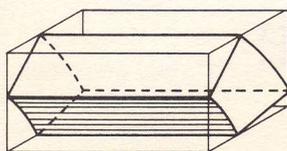
¹³ Un escalier tournant est dit « en vis-de-Saint-Gilles » lorsque les marches reposent sur une voûte en berceau héliocidal, c'est-à-dire une voûte dont l'axe est une hélice. La vis de Saint-Gilles a toujours été considérée comme la pièce clavée la plus difficile à réaliser, les lits des voussoirs étant des surfaces gauches non développables et les arêtes des courbes à double courbure.

¹⁴ Philippe de La Hire a rédigé un *Traité de la coupe des pierres* resté manuscrit (Paris, Bibl. de l'Institut, manuscrit 1596, fin XVII^e-début XVIII^e).

¹⁵ Michel Serres emploie cette expression à propos de la naissance de la géométrie euclidienne ; *Op. cit.*, p. 209.

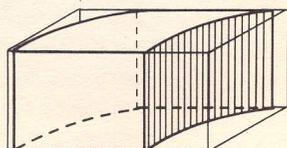


Porte droite en tour ronde
par panneaux et par
Equarrissement.

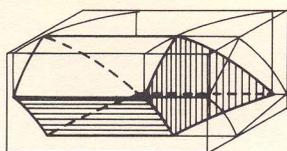


On définit le cylindre
à génératrices hori-
zontales

Le voussoir est placé
dans un parallépipè-
de minimal.

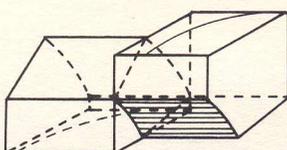


...celui à généra-
trices verticales...

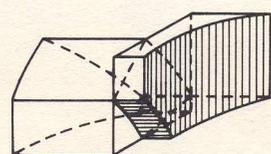


...le voussoir est à
l'intersection des
deux cylindres

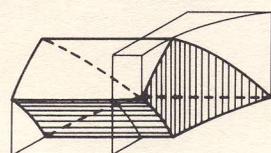
Il faut connaître la
forme de chaque
panneau pour ache-
ver la taille.



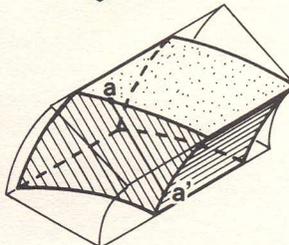
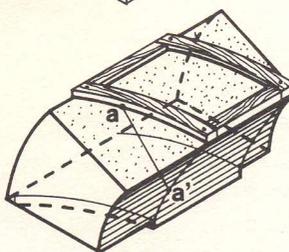
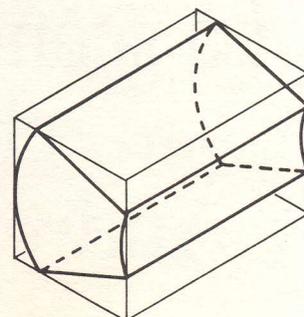
...il peut être obtenu
directement...



Il faut également
repérer la position
des génératrices du
cylindre vertical.



...par la taille à partir
des projections sur
les faces du bloc de
pierre initial sans
avoir été prédéter-
miné géométrique-
ment.



Taille du voussoir B
par panneaux

Taille du voussoir A
par équarrissement

Taille par équarrissement et taille par panneaux

Dans la **taille par équarrissement**, l'appareilleur inscrit sur les faces d'un parallépipède rectangle dont les parois sont horizontales ou verticales, le voussoir dans la position qu'il occupera après l'assemblage, à partir du plan et de l'élévation tracés grandeur nature. Chaque sommet, ou n'importe quel point particulier, est ensuite repéré par sa projection sur deux faces orthogonales de l'enveloppe. Dans l'exemple d'un voussoir d'une porte droite plein cintre dans une tour ronde, l'appareilleur dispose du plan de la tour ronde et de l'élévation de la porte cintrée. Pour tailler le voussoir A, il l'inscrit dans un parallépipède rectangle dont les faces sont horizontales et verticales et sur lesquelles il trace respectivement les portions du plan et de l'élévation correspondante. Le voussoir est ensuite taillé à partir de ces seuls tracés. Il suffit d'une part d'abattre la pierre de façon à former un cylindre dont les génératrices sont verticales et qui admet pour directrices les courbes tracées sur les plans horizontaux, et d'autre part de former de façon analogue le cylindre aux génératrices horizontales, pour qu'à l'intersec-

tion des deux cylindres apparaisse le voussoir cherché, sans que l'on ait à en prédéterminer sa forme.

Dans la **méthode par panneaux**, on détermine le volume de chaque voussoir à partir de la surface de chacune de ses faces. On cherche à placer le voussoir dans un parallépipède rectangle minimal qui ne comporte plus qu'une seule direction de plan parallèle à l'un des référents de l'espace. Dans l'exemple donné le parallépipède possède deux faces verticales, mais aucune horizontale. Après avoir tracé le panneau de face, donné par l'élévation, le tailleur dégage, à partir de lui, le cylindre à génératrices horizontales. Toute référence au repère plan-élévation étant alors perdue, il faut, pour achever le travail, avoir préalablement déterminé la forme géométrique exacte de chacune des faces du voussoir. Il faut même, plus précisément, dans l'exemple ci-dessus, repérer les points d'intersection des génératrices verticales du cylindre formant l'intérieur de la tour avec les différents panneaux. Au moment de la taille, pour obtenir une surface régulière (et conforme au projet), il est nécessaire que le ciseau du tailleur suive la direction des génératrices, qui doivent donc être repérées préalablement.