Between Mechanics and Achitecture

Entre Mécanique et Architecture
edited by Patricia Radelet-de Grave and Edoardo Benvenuto

Towards a History of Construction
edited by Antonio Becchi, Massimo Corradi, Federico Foce, and Orietta Pedemonte

Antonio Becchi, Massimo Corradi,
Federico Foce, Orietta Pedemonte (Editors)

Towards a History of Construction

Dedicated to Edoardo Benvenuto

Birkhäuser Verlag
Basel · Boston · Berlin

ENTRE MECANIQUE ET GEOMETRIE: PENSER L'ARCHITECTURE CLAVEE, L'EXEMPLE DE FREZIER

Joël Sakarovitch

Laboratoire Géométrie-Structure-Architecture, Ecole d'Architecture Paris-Villemin
35, rue Frémicourt - 75015 Paris, France
UFR de mathématiques et informatique, Université René Descartes
45, rue des Saints Pères - 75006 Paris, France

INTRODUCTION

La construction clavée est une technique de construction - technique de pointe jusqu'au XVIII^e siècle - où se recoupent des problèmes d'ordre géométrique et d'ordre statique, pour ne rien dire des problèmes d'ordre esthétique ou économique, qui sont souvent déterminant lors de la construction d'un bâtiment ou d'un ouvrage d'art, mais qui n'entrent pas dans le cadre de cet article. Fondamentalement, le problème posé par la construction d'une voûte ou d'un ouvrage clavé quelconque, est avant tout statique: l'objectif premier est de résoudre un problème de franchissement ou de couvrement. Claude Perrault définit la stéréotomie comme l'art «de se servir de la pesanteur de la pierre contre elle-même et de la faire soutenir en l'air par le même poids qui la fait tombe»[1.] Cette définition est donc posée en terme de mécanique des voûtes. Néanmoins, dans cet art, la forme des voussoirs est essentielle ; la géométrie sous-jacente est une géométrie au service de la statique de la voûte, une géométrie constructive au plein sens du terme. Si bien que les traités de coupe des pierres sont presque entièrement

1. Cette définition est attribuée à Claude Perrault par Pérouse de Montclos, 1982: 85.

consacrés à la détermination géométrique des voussoirs constitutifs des voûtes et autres appareils clavés.

C'est sur le terrain de l'histoire de la construction clavée que j'ai croisé le chemin scientifique (je devrais dire "l'un des chemins scientifiques") d'Edoardo Benvenuto, quoique nos centres d'intérêt fussent, au départ assez différents. Benvenuto s'intéressait à l'histoire de la mécanique alors que personnellement j'étudiais l'histoire de la géométrie descriptive, et par là les tracés des appareilleurs. En hommage à Benvenuto, je voudrais donc resté dans cet article à la croisé des chemins, entre mécanique et géométrie. «C'est la géométrie - et non la mécanique - qui apparaissait comme la vraie gardienne de la stabilité... Grâce à la nouvelle ligne de pensée inaugurée par Galilée, la *firmitas* des structures quittant le champ de la géométrie, passa résolument sous la coupe de la mécanique» [Benvenuto, 1997: 409], écrivait-il dans un article sur l'histoire de la résistance des matériaux. A travers l'exemple de Frézier, et de son traité de coupe des pierres, je voudrais montrer les difficultés rencontrées par la «nouvelle ligne de pensée galiléenne» pour s'imposer dans le domaine de stéréotomie, et les réticences d'une partie des experts français à quitter le champ de la géométrie pour rendre compte de la stabilité des voûtes.

FREZIER, UN SCIENTIFIQUE D'EXPERIENCE

Choisir Frézier (1682-1773) et son traité de stéréotomie pour illustrer le difficile basculement d'une pensée géométrique sur une pensée mécanique, c'est à la fois choisir une époque, un personnage et un ouvrage. Une époque d'abord. Publié en 1737-1739, entre le mémoire de Philippe de La Hire (1712) et celui de Charles Augustin Coulomb (1773), le traité de Frézier appartient à cette première moitié du XVIII^e siècle français qui constitue incontestablement un moment privilégié pour analyser la gestation des premières théories concernant la mécanique des voûtes et leur confrontation avec une approche géométrique des problèmes. Pour reprendre une très belle formule de Benvenuto, au XVIII^e siècle les voûtes deviennent un problème, alors qu'avant on avait seulement des solutions.

Un personnage ensuite. Frézier est sans nul doute "un second couteau", un scientifique de second plan par rapport aux de La Hire, Coulomb, ou autre Bernouilli à qui l'on doit précisément une mathématisation des problèmes de construction. Mais, comme le notait d'ailleurs également Benvenuto, ces personnages de second plan permettent souvent, mieux que les scientifiques d'exception, de saisir le climat intellectuel d'une époque. De plus Frézier est, à bien des égards, un excellent représentant de ce XVIII^e siècle que l'on a souvent qualifié de «siècle intermédiaire». Ingénieur militaire de son état, son œuvre apparaît comme un pont entre le monde savant de l'époque et l'univers des praticiens. Il possède à la fois une grande expérience pratique des problèmes de construction en général et de stéréotomie en particulier: chargé en 1712, pendant la guerre de Succession d'Espagne, d'étudier les moyens de défendre les côtes occidentales de l'Amérique hispanique contre les attaques anglaises, il est nommé en 1739 directeur des fortifications de Bretagne où il réalise plusieurs ouvrages militaires [Blanchard, 1981: 307-308]. A cette expérience de terrain, Frézier joint une très bonne connaissance des différents études théoriques sur la construction des voûtes: il connaît bien sûr les travaux de Philippe de La Hire - j'y reviendrai - mais aussi ceux de Varignon, Couplet, Belidor, Bernouilli, il possède une vaste culture mathématique et est en correspondance avec tout le monde savant de son époque, ce qui n'est pas le cas par exemple d'un Jean-Baptiste de La Rue, auteur en 1728 du traité de stéréotomie français le plus lu au XVIII^e siècle.

Le traité de stéréotomie de Frézier

Mais c'est bien sûr le manuel publié par Frézier qui nous intéresse ici au premier chef. Ouvrage déconcertant pour le lecteur moderne, *La théorie et la pratique de la coupe des pierres et des bois pour la construction des voûtes et autres parties des Bâtimens civils et militaires, ou traité de stéréotomie à l'usage de l'architecture* est plus qu'un simple traité de coupe des pierres. C'est une véritable encyclopédie sur la construction clavée que propose Frézier, très riche, volumineuse (près de 1500 pages en trois tomes), qui se veut exhaustif, présentant patiemment les différentes pièces du répertoire clavé, des plus simples aux plus complexes, regroupées selon une classification qui ne manque pas de cohérence. Plusieurs appareils importants, comme ceux des retombées des coupoles, qui n'appartiennent pas au corpus du père François Derand ou de Jean-Baptiste de La Rue, sont décrits pour la première fois dans cet ouvrage.

Ce traité de stéréotomie se démarque également des ouvrages antérieurs en essayant de déborder du cadre étroit d'un strict manuel technique. Le premier tome, sorte d'initiation à la géométrie dans l'espace, s'ouvre sur une citation de Vitruve vantant les mérites de la géométrie et commence par un vibrant plaidoyer sur «l'utilité de la théorie dans les arts relatifs à l'architecture». «D'où vient donc que les Praticiens méprisent la Théorie» [Frézier, 1737-'39: I, iii] s'étonne l'auteur. Le premier tome est en conséquence entièrement consacré à une étude théorique et abstraite des surfaces géométriques simples - sphères, cônes et cylindres - et de leurs intersections (Fig. 1). Mais le thème de l'utilité de la théorie, loin d'être cantonné au premier tome, est récurrent tout au long de l'ouvrage. Par exemple, dans le tome 3, Frézier écrit:

> «*On ne doit pas compter sur l'expérience des gens sans Théorie, quelques versés qu'il puissent être dans la pratique, pour donner les mesures des épaisseurs des piédroits des bâtiments voûtés dont ils n'ont pas d'exemple à imiter précisément, car en cela un vieux praticien est toujours un vieux ignorant; c'est une connaissance du ressort de la Théorie, que la pratique ne peut jamais leur donner; ils n'en peuvent tirer que des raisonnemens de comparaison des ouvrages qu'ils voyent exécuter, dans lesquels ils sont sujets à se tromper pour peu que les cas varien*» [Frézier, 1737-'39: III, 355].

Frézier se donne explicitement comme mission dans cet ouvrage de divulguer, de répandre, de diffuser les dernières découvertes du monde savant dans le monde du bâtiment, auprès des ouvriers comme des architectes. Pour remplir cette mission didactique, qui était déjà présente chez Philibert de L'Orme, Frézier adopte une démarche qui se veut scientifique et joint aux tracés des épures des «explications démonstratives» qui tentent de justifier géométriquement les constructions graphiques données. Même si ces tentatives de démonstration sont souvent peu convaincantes et fort lacunaires, la démarche est fondamentalement nouvelle. Comme en miroir des «explications démonstratives» qui suivent l'exposé des cas pratiques, chaque «théorème général» du premier tome est exemplifié par des «applications à l'usage» qui justifient l'étude menée et montrent qu'aucun des problèmes étudiés n'est inutile à qui s'intéresse à la stéréotomie. Par exemple, après avoir démontré que l'intersection d'une sphère et d'un cylindre de révolution dont l'axe passe par le centre de la sphère est un cercle, il ajoute à titre d'exemple, «telle est la fenêtre à la clef de la voûte du Panthéon à Rome» [Frézier, 1737-'39: III, 49]. A propos des sections planes du cône, Frézier fait remarquer que si l'on coupe deux cônes de révolution de même axe par un même plan non perpendiculaire à cet axe, on obtient deux ellipses (dans le cas étudié) qui ne sont pas parallèles entre elles et qu'inversement la courbe parallèle à une ellipse n'est pas une ellipse[2].

Il expose ensuite pourquoi ces remarques sont importantes pour la construction des arêtes de douelle d'intrados et d'extrados des trompes biaises ou pour celle d'un bandeau ou

2. Deux courbes coplanaires et régulières sont parallèles si toute normale à l'une est normale à l'autre. Cette définition généralise celle des droites parallèles mais peut générer des situations très différentes. Par exemple une courbe parallèle à une ellipse peut très bien la couper ou posséder des points doubles.

d'une archivolte de largeur constante dont les arêtes ne peuvent être simultanément elliptiques. Ce balancement entre «explications démonstratives» et «applications à l'usage», tout à fait original, est symptomatique de la volonté de l'auteur de constituer une passerelle entre l'univers des théoriciens et celui des praticiens. Si Frézier ne propose pas une théorie géométrique, il inaugure ce que Gino Loria appelle fort justement la «stéréotomie scientifique» [Loria, 1921: 87] et à la suite de cette publication, il fait autorité en matière de construction et de stéréotomie[3].

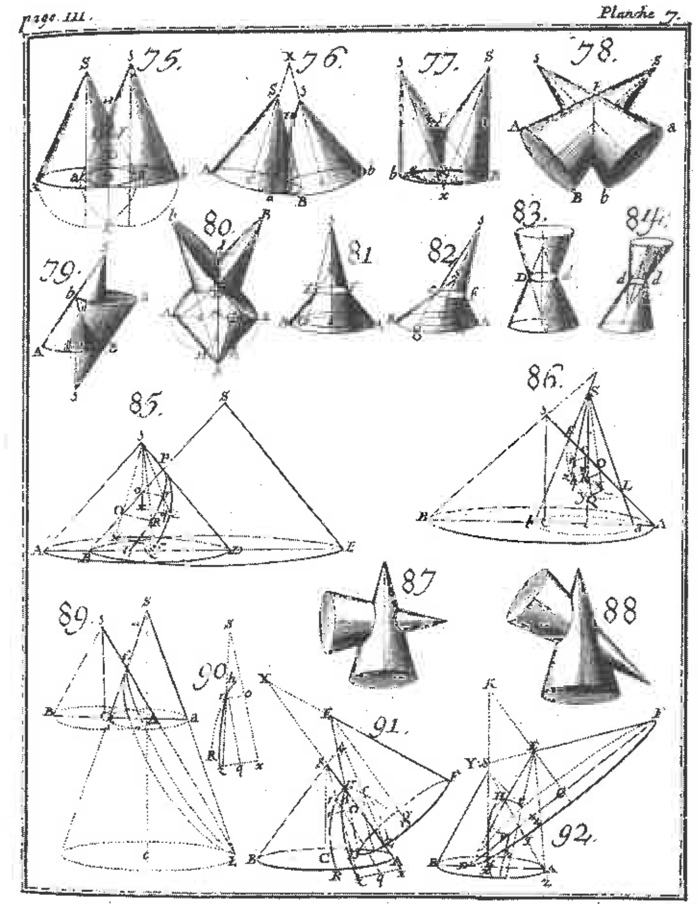

Fig. 1. Frézier, Pénétrations de cônes [Frezier, 1737-1739: I, 111, Pl. 7].

3. A la fin de sa vie, il participe par exemple à la polémique qui oppose Patte et Soufflot à propos du Panthéon [Picon, 1988: 157-159].

LA POUSSEE DES VOUTES DANS LE TRAITE DE FREZIER

Après avoir décrit pendant 1300 pages les tracés géométriques qui déterminent les voussoirs des appareils clavés les plus divers, Frézier termine son ouvrage par un appendice d'une soixantaine de pages consacré à la poussée des voûtes[4]: il écrit en introduction à cet appendice:

> «*Quoique le détail de la construction des Voutes ne soit pas du sujet de cet ouvrage, les mesures que l'on doit prendre pour en établir solidement les suports, y paraissent tellement annexez, que les auteurs qui ont traité de la coupe des pierres, ont cru devoir donner des règles pour déterminer l'epaisseur des Piédroits, afin qu'il ne soient pas renversez par l'effort qu'elles font pour s'ouvrir; mais malheureusement ils n'en ont donné qu'une mauvaise, qui a sans doute eu beaucoup de part à ces facheux accidens de chutes prématurées, qui ont couvert les Architectes qui s'étaient fiez à cette règle, d'une honte qu'ils ne méritaient pas, car elle devaient leur servir d'excuse avant que de sçavans Mathématiciens en eussent démontré la fausseté, et donné de meilleures*» [Frézier, 1737-'39: III, 342].

Trois remarques s'imposent d'emblée:

Pour Frézier - comme pour la plus part des auteurs de traité de coupe des pierres - la statique des voûtes relève du *détail de la construction*; c'est bien dire que l'essentiel est ailleurs, à savoir dans la géométrie de la chose et le rapport des volumes consacrés à chaque partie est bien une façon de traduire cette asymétrie.

Frézier, qui se sent obligé de se justifier de produire ce supplément consacré à la poussée des voûtes, n'aborde finalement ce sujet que pour rectifier les erreurs de ses prédécesseurs, et par là même présenter les dernières découvertes en la matière.

Accessoirement, Frézier semble considérer que les problèmes liés à la statique des bâtiments ne sont pas du ressort des architectes; il les dédouane ainsi de toute responsabilité dans d'éventuels accidents, mais accentue de ce fait la séparation entre ingénieurs et architectes.

4. Un second appendice, portant sur la construction des cintres pour les voûtes, achève l'ouvrage.

La règle de Derand

Quant au fond, l'appendice sur la poussée des voûtes commence par une violente critique de la «règle de Derand» qui donne une épaisseur des piédroits indépendante de leur hauteur (Fig. 2). Il s'indigne que l'utilisation de cette règle soit encore prônée par «le grand Blondel», par Millet-Deschaslles qui, comme le souligne Frézier, était mathématicien, et surtout par de La Rue qui publie son traité seize ans après le mémoire de Philippe de La Hire, sans le signaler.

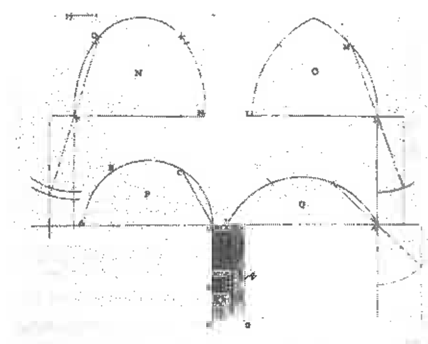

Fig. 2. La «règle de Derand» pour le dimensionnement des murs soumis à la poussée d'une voûte [Derand, 1643: 17].

Frézier a incontestablement raison dans ses remarques. On peut interpréter un usage aussi fréquent de la règle de Derand comme la persistance d'une croyance magique en des règles de proportion issues de tracés géométriques élémentaires, ou comme un dénie de toute pensée statique. Il faut cependant replacer ce dessin dans ce qui devait être son contexte, une règle de chantier utilisée, d'après Viollet-le-Duc, depuis le Moyen-Age, et le considérer comme un moyen mnémonique qui exprime essentiellement le fait que, toutes choses égales par ailleurs (et en particulier la hauteur des piédroits), plus une voûte est tendue plus les poussées latérales sont importantes. Mais il est certain qu'en introduisant cette règle dans un traité - fut-il pratique - Derand en modifie le statut, ce qui méritait pour le moins une note d'accompagnement, un texte de mode d'emploi.

Frézier, interprète de Philippe de La Hire

Après avoir critiqué la règle de Derand, et surtout sa reprise servile par son principal concurrent, Frézier expose les derniers travaux, théoriques ou expérimentaux, concernant la poussées des voûtes: le mémoire de Philippe de La Hire de 1712, les deux mémoires de Couplet de 1729 et 1730, et les expériences sur la rupture d'un arc, présentées par Danisy à l'Académie de Montpellier en 1732. Il termine en abordant le problème, ardu, de la poussée des voûtes composées. Voûtes en arc de cloître, sphériques, annulaires, coniques, berceaux tournants et rampants, etc. représentent l'essentiel du répertoire stéréotomique mais les études théoriques précédentes n'abordent, outre le cas des voûtes sphériques, que la statique des berceaux droits; aussi Frézier tente-t-il de ramener chacune des voûtes composées à ce cas paradigmatique. Le point nodale de l'appendice de Frézier reste donc la présentation du mémoire de Philippe de La Hire, sur lequel l'auteur insiste, à juste titre, comme étant la première étude scientifique sur le sujet.

Le mémoire de Philippe de La Hire est lui-même d'une grande clarté (Fig. 3). De La Hire commence par énoncer, dans une première partie, les principes de son étude: la décomposition de la voûte en trois parties considérées comme des blocs homogènes (décomposition que de La Hire juge conforme à l'expérience) entre lesquels on néglige les forces de frottement[5]. La deuxième partie du mémoire donne la traduction algébrique de l'équilibre des forces par un système d'équation qui permet de déterminer l'épaisseur des piédroits cherchée. La troisième partie présente la traduction graphique de la solution algébrique et la construction, à la règle et au compas, de la solution.

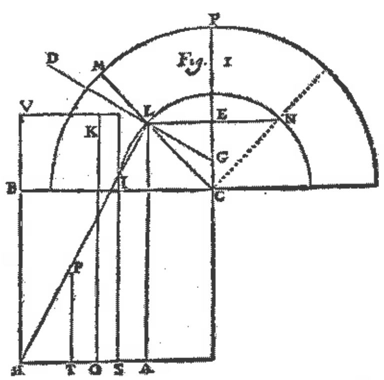

Fig. 3. Philippe de La Hire, «Sur la construction des voûtes dans les édifices» [de la Hire, 1712: 72].

Comment Frézier rend-il compte de ce mémoire qui fait date dans l'histoire de la statique des voûtes? Il commence par défendre, avec beaucoup de conviction, les hypothèses de départ

5. On sait que Coulomb critiquera l'hypothèse de la rupture en trois parties, considérant qu'une partition en quatre éléments est plus conforme à la réalité, et introduira l'hypothèse du frottement. Mais indépendamment de l'exactitude ou non des principes de base introduit par de La Hire, le plus important est de noter que ces principes sont très précisément et clairement énoncés.

introduites par de La Hire. La partition en trois, des voûtes qui s'effondrent, lui semble conforme à son expérience personnelle et le fait de négliger les frottements, hypothèse défavorable (que personne ne considère comme conforme à la réalité) qui ne peut aboutir qu'à une surestimation de la largeur des piédroits, donne une marge de sécurité au constructeur.

S'étant fait ainsi l'avocat de son illustre prédécesseur, Frézier se propose de présenter aux ouvriers du bâtiment la suite du mémoire que de La Hire a rédigé pour ses collègues de l'Académie des Sciences. On peut résoudre le problème de deux façons différentes, écrit Frézier, soit par le calcul, soit par une «construction géométrique». Il renvoie au traité de Bélidor [Bélidor, B. Forest de 1729] pour la partie algébrique, traité qui reprend effectivement de façon plus détaillée et plus explicite les calculs de Philippe de La Hire. Frézier présente ensuite les constructions graphiques à partir d'un exemple,

> *«un magasin à poudre d'une grandeur un peu au dessus de l'ordinaire, et des mêmes mesures que celui qui fut exécuté, en 1732, dans une ville de la frontière, lequel par la faiblesse de ses piédroits s'écroula avant que d'être totalement décintré»* [Frézier, 1737-'39: III, 346] (Fig. 4).

En prenant cet exemple précis, Frézier tente de faire d'une pierre deux coups : il expose la méthode développée par de La Hire et montre la supériorité d'une approche théorique sur une approche empirique. Frézier reprend, à peu de chose près, la construction graphique donnée par de La Hire dans la dernière partie de mémoire, mais en la présentant comme les tracés précédents des épures de coupe des pierres : il s'agit d'une suite de consignes (tracer tel segment, prendre son milieu, reporter telle longueur, etc.) où les raisons des constructions ne sont jamais précisées. C'est seulement dans un deuxième temps que Frézier donne «la démonstration» des tracés géométriques (exactement comme il l'a fait dans les reste de son ouvrage), mais cette démonstration est en fait l'écriture algébrique des tracés géométriques et non leur justification.

Tout ce qui constituait chez de La Hire le cœur du raisonnement mécanique disparaît chez Frézier. Il n'est plus question de pression, de force, de moment, «de chercher l'équilibre entre la puissance (qui s'exerce) contre le bras … (d'un) levier coudé et l'effort du pied-droit sur l'autre bras de ce même levier» [De La Hire, 1712: 72]. Frézier arrive ainsi à rendre mystérieux ce qui était limpide chez de La Hire. Non seulement la géométrie ne permet de rendre compte de la situation, du raisonnement en terme mécanique conduit par de La Hire, mais, plus profondément, et d'une façon assez symptomatique chez Frézier, une pensée géométrique vient obscurcir la compréhension mécanique des phénomènes. Benvenuto parle d'une statique «subordonnée à la géométrie»; chez Frézier c'est une statique empêtrée dans la géométrie qui apparaît. C'est comme si, pour les praticiens auxquels Frézier s'adresse, l'évidence d'une construction graphique devait se suffire à elle seule pour justifier le dimensionnement des différentes parties d'un bâtiment ; de ce point de vue le texte de Frézier est plus proche de la règle de Derand qu'il critiquait que du mémoire de Philippe de La Hire qu'il est censé exposer.

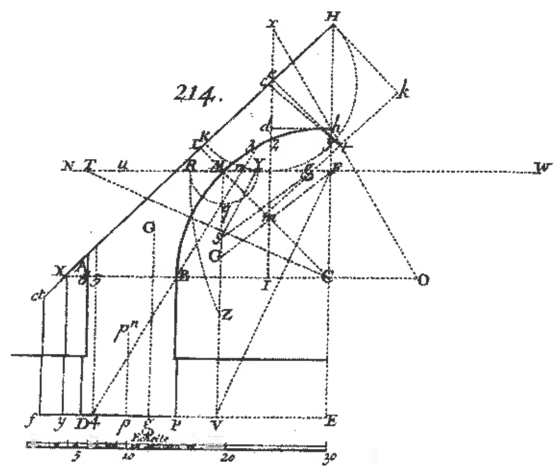

Fig. 4. Frézier, dimensionnement des piédroits par la méthode de Philippe de La Hire [Frezier, 1737-1739: III, 355, Pl. 109].

Les mémoires de Couplet et la chaînette

Si Frézier s'est fait, avec le succès que l'on vient de voir, l'interprète de Philippe de La Hire (mais cette tentative, pour critiquable qu'elle soit, doit certainement être vue comme un hommage de l'ingénieur à l'académicien), il se fait éditeur de Couplet et restitue très fidèlement ses deux mémoires sur la poussée des voûtes. De ce fait, toutes les notions de mécaniques qui avaient été gommées précédemment réapparaissent là intégralement, prouvant par là même que c'est en toute connaissance de cause que Frézier les a supprimées de la présentation précédente.

En exposant les résultats de Couplet, Frézier montre que la chaînette est la courbe d'équilibre pour une voûte théorique constituée de voussoirs entre lesquels n'existe aucune force de frottement. Cette démonstration est une inversion complète de la démarche suivie jusque là par Frézier, une inversion du rapport statique/géométrie. Dans la chaînette, la courbe géométrique est définie par les conditions imposées par la statique de la voûte; il ne

s'agit plus de résoudre un problème statique pour forme géométrique donnée. Ce n'est d'ailleurs sûrement pas un hasard si l'on doit à un anglais - David Gregory - la première démonstration des propriétés statiques de la chaînette. On peut voir là un exemple de résultat obtenu par une approche pragmatique des problèmes de construction à l'opposé d'une vision théorique de «l'école française». Quoi qu'il en soit, en intégrant la chaînette et l'exposé de ses propriétés statiques dans un traité de coupe des pierres français, Frézier fait sans conteste œuvre de pionnier. Fidèle à son habitude, il en donne un exposé très complet et qui se veut opérationnel. Aussi présente-t-il, outre une construction point par point de la courbe, le tracé de la tangente au point courant, ce qui permet de déterminer les lignes de joint d'un arc en chaînette selon les normales à la courbe (Fig. 5). Frézier prend même soin de préciser que ce tracé n'est finalement pas trop long à exécuter et que, par conséquent, la chaînette, loin d'être exclusivement une invention de mathématicien, est tout à fait utilisable pratiquement dans une construction clavée.

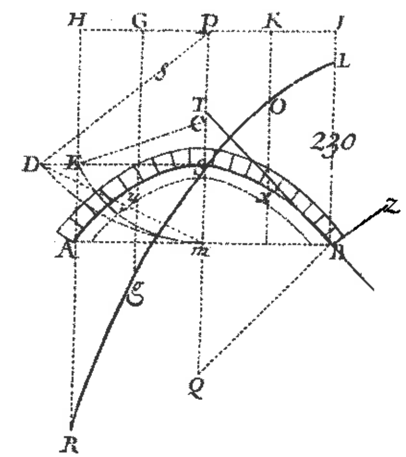

Fig. 5. Frézier, construction point par point de la chaînette et de la tangente au point courant [Frezier, 1737-1739: I, 381, Pl. 110].

Ce retournement de situation, à la toute fin de l'ouvrage de Frézier, est tout à fait surprenant, car en complète contradiction avec ce qui semblait être la philosophie sous-jacente de son traité. «Nous ne concevons aucune figure de voûte qu'on ne puisse rapporter à la sphère, au cône, au cylindre», écrit-il en introduction du premier tome. Mais Frézier ne considère dans tout son traité, jusqu'à l'appendice consacré à la poussée des voûtes, que des cônes et des cylindres dont les directrices sont des coniques. Cette volonté de ne faire intervenir dans les appareils clavés que ces surfaces élémentaires amène d'ailleurs Frézier à proposer plusieurs traits nouveaux par rapport à ses prédécesseurs[6]. Hors des coniques, point de salut stéréotomique, répète Frézier tout au long de son traité, pour conclure dans un appendice, présenté comme secondaire, que la chaînette est la courbe optimale pour un arc! Frézier s'impose ainsi une règle, purement géométrique, qui ne repose sur aucune justification explicite (justification qui pourrait être uniquement d'ordre esthétique), et dont il fait apparaître lui-même le côté totalement arbitraire.

CONCLUSION

Dans la construction d'une voûte clavée différents champs de savoir, et par conséquent différentes théories, interfèrent. Or toute théorisation d'un problème pratique suppose une spécialisation, une focalisation sur une des dimensions du problème. Si bien qu'un savoir-faire qui de manière intuitive arrive à prendre en compte, de façon implicite, les différentes facettes du problème, reste longtemps plus performant qu'une approche théorique encore imparfaite. D'où les railleries encore fréquentes au XVIII^{e}, et même au XIX^{e} siècles, de la part des praticiens qui n'ont pas de mal à mettre en évidence les contradictions des premières approches théoriques. Si Frézier soutient de La Hire et les résultats donnés dans son mémoire, Coulomb critique les hypothèses de départ qui, selon lui, conduisent à des résultats trop faibles pour l'épaisseur des piédroits, alors que, près d'un siècle plus tard, Poncelet, dans un mémoire récapitulatif sur la construction des voûtes [Poncelet, 1852], arrive à la conclusion inverse et considère que de La Hire surestime cette épaisseur.

Mais plus que les balbutiements d'une mathématisation de la mécanique des voûtes, ce que nous montre le traité de Frézier c'est la difficulté, sans doute incontournable, inévitable, de devoir gérer non pas une, mais deux approches théoriques distinctes et concurrentes. Rien ne serait plus faux que de considérer que Frézier fait abstraction de la dimension statique dans la construction des voûtes. Mais en considérant cette dimension comme secondaire par rapport à l'approche géométrique, il s'interdit en fait d'en rendre compte de façon pertinente. A plusieurs reprises Frézier donne des tracés de voûtes qui sont géométriquement exacts mais qui d'un point de vue statique ne sont admissibles que sous certaines limites qu'il eût été légitime de signaler[7]. Les deux exemples donnés ci-dessus révèlent une difficulté plus profonde. La manière dont Frézier rend compte du mémoire de Philippe de La Hire semble montrer une foi absolue dans la puissance démonstrative de la géométrie. La présentation des propriétés statiques d'un arc en chaînette fait apparaître les contradictions internes du traité et montre la fragilité d'un édifice construit, si ce n'est sur du sable, en tout cas trop exclusivement sur la géométrie. Ce point de vue interdit à Frézier de rendre compte de ce qui fait la vraie difficulté de la construction clavée, la maîtrise *simultanée* d'une approche géométrique et d'une approche mécanique. Mais il n'est pas question ici de lui jeter la pierre - si l'on ose dire. Monge, qui intègre dans son cours de géométrie descriptive une théorie de l'appareillage, tombera dans le même travers et sera pour cette même raison violemment pris à parti par les ingénieurs des ponts et chaussées du XIX^{e} siècle [Sakarovitch, 1998: chap. 4]. Et deux siècles et demi après la publication du traité de Frézier, et bien des perfectionnements théoriques plus tard, il n'est que de regarder l'enseignement de la construction dans les écoles d'architecture (du moins en France) pour savoir combien cette simultanéité est délicate à maîtriser et à enseigner.

6. On peut citer par exemple le «biais passé» arc dont l'axe de la surface d'intrados n'est pas perpendiculaire aux faces du mur traversé. Dans les traités précédents les tracés engendrent une surface gauche comme intrados. Frézier propose pour cette voûte une démarche plus conforme aux règles de l'art, où l'on choisit a priori la surface de la douelle - un cylindre pour Frézier - dont on déduit le trait approprié [Sakarovitch, 1998: 145-147].

REFERENCES

Bélidor, B. Forest de 1729. *La science des ingénieurs dans la conduite des travaux de fortification et d'architecture civile*. Paris.

Benvenuto, E. 1981. *La Scienza delle costruzioni e il suo sviluppo storico*. Firenze: Sansoni.

Benvenuto, E. 1991. *An introduction to the History of Structural Mechanics*. New-York: Springer-Verlag.

Benvenuto, E. 1997. Résistance des matériaux (histoire de la). In A. Picon (ed.), *L'art de l'ingénieur*: 408-415. Paris: Le Moniteur.

Blanchard, A. 1981. *Dictionnaire des ingénieurs militaires 1691-1791*. Montpellier: impr. Louis-Jean.

Coulomb, C. A. 1773. Essai sur une application des règles de maximis et de minimis à quelques problèmes de statique, relatif à l'architecture. In *Mémoires de mathématiques et de physique, présentés à l'Acad. roy. des Sc.*, 1776: 343-382.

7. On peut citer par exemple le cas des «descentes biaises», voûtes en berceau dont l'axe est quelconque par rapport au mur de façade dans lequel débouche la voûte, et qui, dans le cas d'un biais très prononcé, ne peuvent être taillées de la même façon que pour un biais faible.

Couplet, C. A. 1729. De la poussée des voûtes. *Histoire de l'Acad. roy. des Sc.*, année 1729 (1731): 79-117. Paris. Idem. Seconde partie de l'examen de la poussée des voûtes, *Histoire de l'Acad. roy. des Sc., année 1730* (1732): 117-141.

Derand, F. 1643. *L'architecture des voûtes ou l'art des traits et coupe des voûtes....* Paris.

Frézier, A. 1737-'39. *La théorie et la pratique de la coupe des pierres et des bois pour la construction des voûtes et autres parties des Bâtimens civils et militaires, ou traité de stéréotomie à l'usage de l'architecture.* Strasbourg.

La Hire, Ph. de 1712. Sur la construction des voûtes dans les édifices. *Histoire de l'Acad. roy. des Sc., année 1712* (1731): 70-78.

La Rue, J.-B. de 1728. *Traité de coupe des pierres....* Paris.

Loria, G. 1921. *Storia della geometria descrittiva delle origini, sino ai giorni nostri.* Milano.

Pérouse de Montclos, J.-M. 1982. *L'architecture à la Française, XVIe, XVIIe, XVIIIe siècle.* Paris: Picard.

Picon, A. 1988. *Architectes et Ingénieurs au siècle des lumières.* Marseille: Parenthèse.

Poncelet, J.V. 1852. Examen critique et historique des principales théories ou solutions concernant l'équilibre des voûtes. *Comptes rendus des séances de l'Acad. des Sciences*, 35: 494-502, 531-540, 577-587.

Radelet-de Grave, P. & E. Benvenuto (éds.) 1995. *Entre Mécanique et Architecture/Between Mechanics and Architecture.* Bâle: Birkhäuser.

Sakarovitch, J. 1998. *Epures d'architecture. De la coupe des pierres à la géométrie descriptive, XVI^e-XIX^e siècles.* Bâle: Birkhäuser.

A RE-EXAMINATION OF SOME THEORIES ON VAULTED STRUCTURES: THE ROLE OF GEOMETRY FROM LEONARDO TO DE LA HIRE

Anna Sinopoli

Dipartimento di Ingegneria Strutturale e Geotecnica, Università di Roma "La Sapienza"
Via Gramsci, 53 - 00197 Roma, Italia

INTRODUCTION

It is known that the problem of equilibrium of a rigid system, initially at rest, and subject to the action of n active forces $F_i^{(a)}$ applied at points P_i *(i= 1,2........n)*, and to m holonomous and bilateral constraints applied at points P_j *(j= 1,2........m)*, can be expressed in the physical Euclidean space, according to the postulate of constraining reactions, in the form of the two well-known vectorial equations of balance:

$$\sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{F}_i^{(a)} + \sum_{j=1}^{m} \boldsymbol{R}_j = \boldsymbol{0}$$

$$\sum_{i=1}^{n} (P_i - O) \mathrm{x} \boldsymbol{F}_i^{(a)} + \sum_{j=1}^{m} (P_j - O) \mathrm{x} \boldsymbol{R}_j = \boldsymbol{0}$$

If $\boldsymbol{Q}$ and Λ represent the generalized Lagrangian forces corresponding to active and reactive forces, respectively, the problem of the equilibrium can also be expressed as:

$$\boldsymbol{Q} + \Lambda = \boldsymbol{0} \qquad (1)$$